

## VIDA EN FATIGA DE UN RECIPIENTE A PRESION BAJO CARGAS CICLICAS DE ORIGEN TERMICO

J. TORIBIO  
A. VALIENTE  
y  
M. ELICES

*Departamento de Ciencia de Materiales,  
Universidad Politécnica de Madrid,  
E.T.S.I. Caminos, Ciudad Universitaria,  
28040 Madrid.*

### RESUMEN

En este artículo se calcula la vida en fatiga de un recipiente a presión bajo cargas cíclicas de origen térmico. Se ofrece así un procedimiento general para calcular la vida en fatiga de cualquier estructura laminar sometida a cualquier clase de carga cíclica. El cálculo se realizó mediante integración de la Ley de Paris con una formulación biparamétrica, para incluir así la evolución de la forma de la fisura. Se escribió un programa de ordenador para calcular numéricamente los caminos de integración mediante un esquema de Runge-Kutta, y también los lugares de iniciación y fractura y el valor de la integral, utilizando un criterio de fractura basado en el CTOD. Los resultados demuestran que la vida en fatiga de estos depósitos es suficientemente larga. Más aún, las trayectorias de fisuración correspondientes a las vidas en servicio más cortas son aquellas que conducen a fugas previas a la rotura.

### SUMMARY

In this paper the fatigue life of a pressure vessel under thermal cyclic loading is computed. It is offered, thus, a general procedure for calculating the fatigue life of any sheet structure subjected to any kind of cyclic loading. The calculation was made by integration of the Paris Law with a two-parameter formulation, to include so the evolution of the crack aspect ratio. A computer program was written to calculate numerically the integration paths by means of a Runge-Kutta scheme, and also the initiation and fracture loci and the integral value, by using a fracture criterion based on the CTOD. The results demonstrate that the fatigue life of these vessels is large enough. Furthermore, the crack growth paths corresponding to the largest service lives are those which lead to leak before break.

Recibido: Julio 1990

## INTRODUCCION

La integridad estructural y la fiabilidad de los depósitos a presión es una cuestión que ha preocupado recientemente y ha sido objeto de atención por parte de los investigadores<sup>1,2</sup>. El problema tiene varios aspectos que entran de lleno en el campo de la Mecánica de la Fractura, pues la capacidad resistente de estos recipientes puede verse progresivamente reducida a causa de fenómenos como la fatiga, la corrosión bajo tensión y la corrosión-fatiga, que producen crecimiento de fisuras en las paredes del depósito y aumentan el riesgo de fallo.

Más aún, al proyectista de este tipo de estructuras de pared delgada conteniendo un fluido a presión le interesa que, en caso de producirse el fallo, éste no sea catastrófico sino detectable. Para ello la probabilidad de que una fisura conduzca a la rotura final del depósito sin perforar previamente la pared ha de ser menor que la probabilidad de que la fisura atraviese la pared del depósito sin producir el colapso final de la estructura. Dicho criterio se conoce como *"fugas previas a rotura"*.

En este artículo se presenta una estimación de la vida en fatiga de un recipiente esférico a presión conteniendo gases licuados de petróleo, sometido a cargas cíclicas producidas por las oscilaciones térmicas del ambiente. El desarrollo teórico presenta un método general de calcular mediante ordenador los lugares de iniciación y fractura y las trayectorias de crecimiento de fisuras para todo tipo de estructuras compuestas por paneles y todo tipo de cargas oscilantes. Esto permite evaluar la influencia que, en cuanto a la seguridad, desempeñan los diversos factores, y en particular el material.

## ANALISIS TEORICO

### Fractura

Los depósitos esféricos que aquí se consideran se construyen con chapas planas, soldados de manera que configuran la forma esférica, y por lo tanto no será necesario utilizar correcciones por curvatura para el factor de intensidad de tensiones. La relación entre el espesor  $t$  de la placa y el radio  $R$  de la esfera es inferior a 0.01, por lo que puede suponerse que las chapas están sometidas a un estado de tracción biaxial en el cual la tensión común en las dos direcciones principales puede calcularse por simples consideraciones de equilibrio, es decir

$$\sigma = \frac{pR}{2t} \quad (1)$$

donde  $p$  es la presión en el interior del depósito, que se supondrá uniforme, despreciando así las pequeñas variaciones debidas al peso del líquido contenido en el recipiente.

Las fisuras de fatiga que aparecen en chapas planas trabajando a tracción se forman sobre una de las caras de la chapa y avanzan hacia la otra siguiendo la dirección del espesor, es decir, según planos normales al esfuerzo de tracción. Posteriormente, tras haber atravesado la chapa, crecen a lo largo de la misma. Las representaciones geométricas que se adoptan para estos dos tipos de fisura son, respectivamente, una

lúnula semielíptica de profundidad  $a$  y longitud en superficie  $2c$ , y una fisura pasante de longitud  $2c$ , tal como puede apreciarse en la Figura 1.

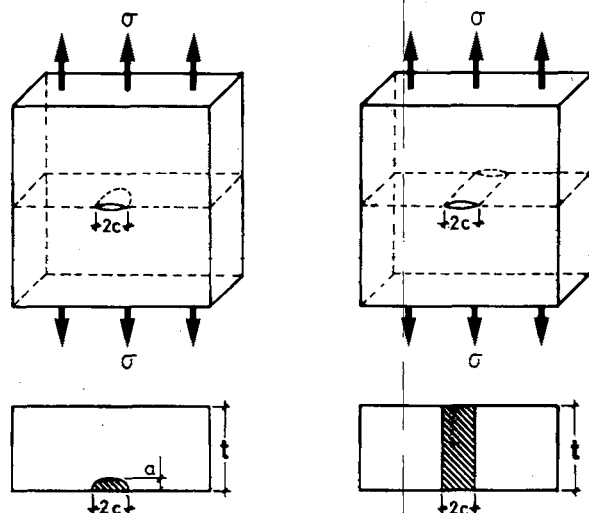


Figura 1. Geometría de las fisuras.

El criterio de fractura a emplear dependerá del material y, específicamente, de su comportamiento en fractura (dúctil o frágil). Los aceros estructurales empleados en este tipo de depósitos son materiales de alta tenacidad de fractura y bajo límite elástico. Estas dos características hacen que las concentraciones de tensión provocadas por las fisuras se transformen en concentraciones de deformación plástica que causan la fractura dúctil. El criterio de fractura basado en este efecto establece que la fractura tiene lugar cuando el desplazamiento de apertura del fondo de la fisura (CTOD o *Crack Tip Opening Displacement*) alcanza un valor crítico  $\delta$ , característico del material.

Para la fisura pasante de la Figura 1, el CTOD es<sup>3</sup>:

$$\delta = \frac{8\sigma_F c}{\pi E} \ln \sec \left( \frac{\pi}{2} \frac{\sigma}{\sigma_F} \right) \quad (2a)$$

donde  $E$  es el módulo de Young y  $\sigma_F$  la tensión de cedencia del material.

La expresión del CTOD que se empleará para la lúnula semielíptica (fisura no pasante) es una modificación de la ecuación (2a), consistente en multiplicar la tensión  $\sigma$  por el factor adimensional  $M$  de corrección del factor de intensidad de tensiones para ese caso

$$\delta = \frac{8\sigma_F a}{\pi E} \ln \sec \left( \frac{\pi}{2} \frac{M\sigma}{\sigma_F} \right) \quad (2b)$$

El uso de esta expresión modificada se justifica teniendo en cuenta que, a partir de ella, y de la condición de fractura enunciada, se deduce el criterio de fractura denominado *de la tensión de cedencia*<sup>4</sup>, cuya validez confirman los resultados experimentales obtenidos por diversos autores<sup>5,6,7</sup> en tuberías fabricadas con este tipo

de acero dúctil.

El factor adimensional  $M$  ha sido calculado en función de las variables  $a/t$  y  $a/c$ , y aparece en forma de ábacos para cada geometría y tipo de fisura consideradas. El ábaco correspondiente a la geometría en estudio (lúnula semielíptica) se muestra en la Figura 2, tomado de la referencia 8. El ábaco se ha completado para valores de  $a^*$  mayores que 0.9 con la consideración de que, para  $a^* = 1$  ( $a = t$ ), la lúnula semielíptica se convierte en figura pasante y los factores de intensidad de tensiones han de coincidir. Por último, para valores de  $a^*$  inferiores a 0.1 se tomarán los correspondientes a 0.1 ya que no cabe esperar diferencias.

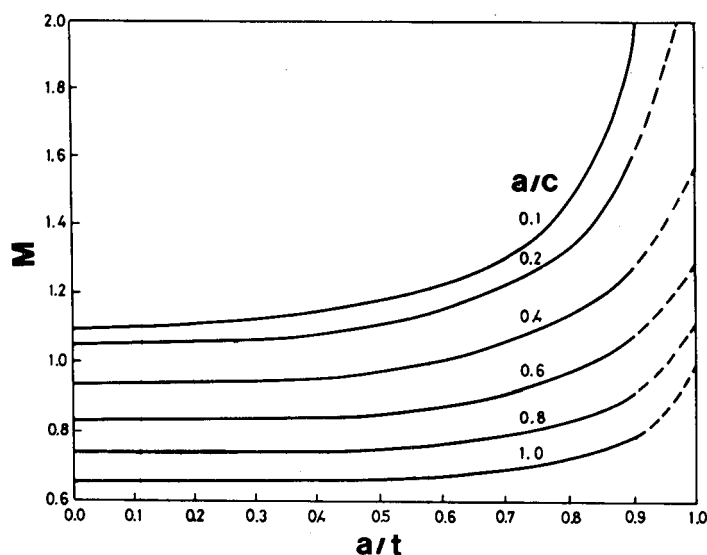


Figura 2. Factor  $M$  para fisuras semielípticas.

De este modo se obtienen las condiciones de fractura:

$$1 = \frac{2}{\pi} \frac{\sigma_F}{\sigma} \arccos \exp \left( -\frac{\delta^*}{c^*} \right) \quad (3a)$$

$$M \left( a^*, \frac{a^*}{c^*} \right) = \frac{2}{\pi} \frac{\sigma_F}{\sigma} \arccos \exp \left( -\frac{\delta^*}{a^*} \right) \quad (3b)$$

en función de las variables adimensionales:

$$\begin{aligned} \delta^* &= \frac{\delta \pi E}{8 \sigma_F t} \\ c^* &= \frac{c}{t} \\ a^* &= \frac{a}{t} \end{aligned} \quad (4)$$

La tensión de cedencia  $\sigma_F$  que figura en las expresiones (3a) y (3b) se calcula como valor medio del límite elástico convencional al 0.2% ( $\sigma_Y$ ) y la resistencia a tracción del

material ( $\sigma_U$ ). Teniendo en cuenta, además, que la tensión de trabajo del depósito será una parte  $\lambda_f$  del límite elástico ( $\sigma_f = \lambda_f \sigma_Y$ ), se tiene el siguiente lugar de fractura para la fisura pasante:

$$1 = \frac{\sigma_Y + \sigma_U}{\pi \lambda_f \sigma_Y} \arccos \exp \left( -\frac{\delta^*}{c^*} \right)$$

o

$$c^* = \delta^* \left( \ln \sec \frac{\pi \lambda_f \sigma_Y}{\sigma_Y + \sigma_U} \right)^{-1} \quad (5a)$$

y el siguiente para la no pasante

$$M \left( a^*, \frac{a^*}{c^*} \right) = \frac{\sigma_Y + \sigma_U}{\pi \lambda_f \sigma_Y} \arccos \exp \left( -\frac{\delta^*}{a^*} \right) \quad (5b)$$

### Iniciación

Para determinar o, cuando menos, acotar el estado de fisuración inicial, existen diversos procedimientos de inspección no destructivos. En el caso de los recipientes a presión se exige reglamentariamente una prueba de carga, consistente en someter al depósito a una prueba de presión hidrostática, a partir de la cual es posible establecer una cota superior del tamaño de fisura inicial. En efecto, la superación de la prueba indicaría que las fisuras existentes son de tamaño inferior al que produciría la fractura bajo la presión de la propia prueba de carga.

Adoptando una tensión de prueba  $\sigma_0 = \lambda_0 \sigma_Y$ , donde obviamente  $\lambda_0 > \lambda_f$ , se tiene el siguiente lugar de iniciación para la fisura pasante

$$1 = \frac{\sigma_Y + \sigma_U}{\pi \lambda_0 \sigma_Y} \arccos \exp \left( -\frac{\delta^*}{c^*} \right)$$

$$c^* = \delta^* \left( \ln \sec \frac{\pi \lambda_0 \sigma_Y}{\sigma_Y + \sigma_U} \right)^{-1} \quad (6a)$$

y el siguiente para la no pasante

$$M \left( a^*, \frac{a^*}{c^*} \right) = \frac{\sigma_Y + \sigma_U}{\pi \lambda_0 \sigma_Y} \arccos \exp \left( -\frac{\delta^*}{a^*} \right) \quad (6b)$$

### Crecimiento de fisuras por fatiga

El crecimiento de fisuras por fatiga viene dado por la Ley de Paris, que se expresa del siguiente modo

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dN} &= C(\Delta K)^m \quad \text{si } \Delta K > \Delta K_{th} \\ \frac{dl}{dN} &= 0 \quad \text{si } \Delta K < \Delta K_{th} \end{aligned} \quad (7)$$

donde  $dl/dN$  representa el aumento de longitud de la fisura por ciclo,  $\Delta K$  es el rango de oscilación del FIT en un ciclo,  $C$  y  $m$  las constantes de la Ley de Paris, y  $\Delta K_{th}$  el umbral de propagación por fatiga correspondiente a oscilaciones del FIT (los tres últimos característicos del material).

La expresión de la oscilación del FIT es

$$\Delta K = M \Delta \sigma \sqrt{\pi l} \quad (8)$$

y tras algunas operaciones se llega a la siguiente formulación adimensional de la Ley de Paris

$$\frac{dl^*}{dN} = \beta M^m (\Delta \sigma^*)^m l^{*m/2} \quad (9)$$

incluyendo las siguientes variables adimensionales

$$\begin{aligned} l^* &= \frac{l}{t} \\ \sigma^* &= \frac{\sigma}{\sigma_Y} \\ \beta &= C \pi^{m/2} t^{m/2-1} \sigma_Y^m \end{aligned} \quad (10)$$

La integración de la Ley de Paris (9) conduce a

$$\int_{l_o^*}^{l_f^*} \frac{dl^*}{M^m l^{*m/2}} = \beta \int_0^N (\Delta \sigma^*)^m dN \quad (11)$$

donde la primera integral representa la evolución geométrica de la fisura y la segunda la historia de cargas sobre la estructura, pudiendo denominarse a ambas *integral geométrica* e *integral de sollicitación*, respectivamente. La primera es función de la geometría y del material, aunque sus extremos de integración dependen también de las cargas de prueba y de servicio sobre la estructura; la segunda es función unívoca de la historia de cargas, puesto que el parámetro  $\beta$  (que incluye características geométricas y del material) sale fuera de la integral.

La integral geométrica se compone de dos sumandos: uno para fisura no pasante (antes de perforar la pared del depósito) y otro para fisura pasante (tras perforar dicha pared). Por consiguiente

$$\int_{l_o^*}^{l_f^*} \frac{dl^*}{M^m l^{*m/2}} = \int_{a_o^*}^1 \frac{da^*}{M^m a^{*m/2}} + \int_{c_i^*}^{c_f^*} \frac{dc^*}{c^{*m/2}} \quad (12)$$

La primera debe calcularse numéricamente a lo largo de la trayectoria de crecimiento biparamétrico de la fisura, donde el valor  $a_o^*$  (fisura inicial) hasta el valor  $a^* = 1$  ( $a = t$ , perforación de la chapa), e incluye el factor  $M$  de corrección. Para la

segunda se tiene  $M = 1$  y la solución es analítica, con límites  $c_i^*$  (perforación) y  $c_f^*$  (fractura).

La trayectoria de fisuración por fatiga para una lúnula semi-elíptica con dos parámetros geométricos  $a$  y  $c$  (Figura 1) que crece a través de una chapa plana viene dada por la siguiente ecuación diferencial<sup>9</sup>

$$\frac{da^*}{dc^*} = \left(\frac{c^*}{a^*}\right)^{m/2} (0.9173 - 0.2063a^* + 0.6738a^{*2} + 0.1414\frac{a^{*2}}{c^*} - 0.6264\frac{a^{*3}}{c^{*3}})^m \quad (13)$$

La integración de esta ecuación, una vez particularizado el correspondiente valor de  $m$ , permite conocer cómo evoluciona la forma de cada fisura, que resulta por tanto independiente del proceso de carga. Una vez hecho esto puede sustituirse el valor del factor adimensional  $M$  (Figura 2) en el primer término de (12) e integrar numéricamente para valores de  $a^*$  y  $a^*/c^*$  relacionados según las distintas soluciones de la ecuación (13).

El cálculo de la integral de sollicitación requiere conocer todas las oscilaciones de tensión que se producen y el orden en que lo hacen. Cuando dichas oscilaciones son de amplitud variable, como ocurre en el presente caso por ser debidas a las fluctuaciones de la temperatura ambiente, no es posible conocer exactamente la historia real de cargas sobre el depósito. Este problema se presenta en cualquier tipo de sollicitación de fatiga sobre todo tipo de estructuras. Suponiendo aplicable la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL), y despreciando efectos de *retardo por sobrecargas* (fisuración ralentizada por plastificación en la punta de la grieta), es posible sustituir la *serie histórica* de ciclos de carga por otra de amplitud constante equivalente, es decir

$$\int_0^N (\Delta\sigma^*)^m dN = (\Delta\sigma_{eff}^*)^m N \quad (14)$$

$\Delta\sigma_{eff}^*$  es el primer intervalo efectivo de oscilación para la variable adimensional  $\sigma^* (= \sigma/\sigma_Y)$ , definido a partir de la siguiente expresión<sup>10</sup>

$$\Delta\sigma_{eff}^* = \left( \frac{\sum_{i=1}^k \Delta\sigma_i^{*m} n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \right)^{1/m} \quad (15)$$

donde

- $k$  = número de intervalos de oscilación distintos en el espectro
- $i$  = índice que representa un intervalo específico de oscilación de magnitud  $\Delta\sigma_i^*$
- $n_i$  = número de ciclos de magnitud  $\Delta\sigma_i^*$
- $m$  = exponente de la Ley de Paris

La expresión (15) representa un valor medio estadístico de exponente  $m$ , que permite sustituir el área encerrada por el histograma de ciclos de sollicitación ( $\Delta\sigma_i^*$ )

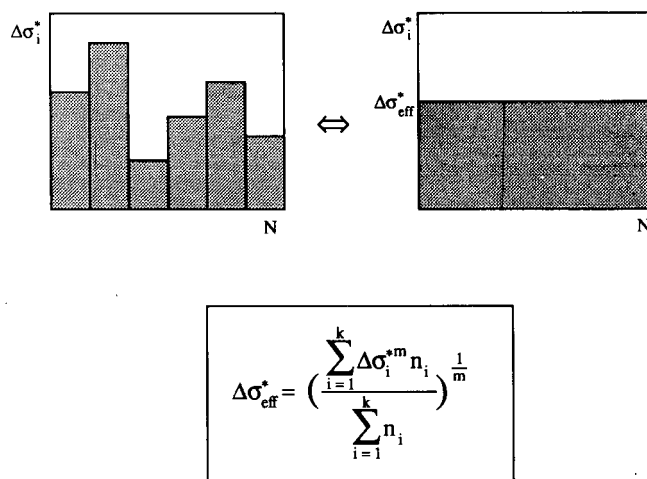


Figura 3. Cálculo del rango de oscilación efectivo.

por el área contenida en un rectángulo equivalente de altura ( $\Delta\sigma_{\text{eff}}^*$ ), como se aprecia en la Figura 3.

En los depósitos que almacenan fluidos a presión, las oscilaciones de tensión que se producen son causadas por las fluctuaciones de presión interna, que a su vez tienen su origen en los cambios de temperatura. En condiciones normales de explotación el depósito no puede estar completamente ocupado por fase líquida, debiendo existir siempre fase gaseosa. Con ello se consigue que la presión en el depósito sea la presión de vapor correspondiente a la temperatura existente y se evitan las sobrepresiones que podrían tener lugar por dilatación térmica del líquido si éste llegara a llenar totalmente el depósito. Consecuentemente es la temperatura de equilibrio entre las dos fases la que impone la presión en el interior del depósito, y son, por tanto, las fluctuaciones de temperatura las que originan las oscilaciones de tensión a tener en cuenta. Dichas fluctuaciones coinciden esencialmente con las de temperatura ambiente.

Para los gases licuados del petróleo, la presión y la temperatura de equilibrio líquido-vapor están relacionados por ecuaciones del tipo

$$p = A \exp(-B/T) \quad (16)$$

A fin de simplificar y dar mayor generalidad a los cálculos posteriores se supondrán proporcionales las oscilaciones de presión y temperatura sobre la curva de equilibrio, tomándose como constante de proporcionalidad el valor máximo de la pendiente de dicha curva en el intervalo de trabajo, es decir, en el punto correspondiente a la presión que origina la máxima tensión admisible  $\sigma_f$ . Con ello los errores que se introducen son pequeños y del lado de la seguridad. Por consiguiente

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{B}{T^2} \Delta T \quad (17)$$

y teniendo en cuenta la proporcionalidad (1) entre presiones y tensiones



$$\frac{\Delta\sigma^*}{\sigma^*} = \frac{B}{T^2} \Delta T \quad (18)$$

donde la tensión de trabajo adimensionalizada es  $\sigma^* = \sigma_f/\sigma_Y = \lambda_f$ . Por lo tanto los intervalos de oscilación de tensión y temperatura son proporcionales.

$$\Delta\sigma^* = k\Delta T \quad (19)$$

donde la constante de proporcionalidad es  $k = \lambda_f B/T^2$ . Para los valores efectivos se tiene la misma relación

$$\Delta\sigma_{eff}^* = k\Delta T_{eff} \quad (20)$$

donde  $\Delta T_{eff}$  es el intervalo efectivo de oscilación de temperaturas, valor medido estadístico de exponente  $m$ , cuya expresión es

$$\Delta T_{eff} = \left( \frac{\sum_{i=1}^k \Delta T_i^m n_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \right)^{1/m} \quad (21)$$

con significados análogos a (15), es decir

- $k$  = número de intervalos de oscilación distintos en el espectro
- $i$  = índice que representa un intervalo específico de oscilación de magnitud  $\Delta T_i$
- $n_i$  = número de ciclos de magnitud  $\Delta T_i$
- $m$  = exponente de la Ley de Paris

En consecuencia, el número de ciclos de fatiga hasta la rotura vendrá dado por la siguiente expresión

$$N = \frac{1}{\beta k^m (\Delta T_{eff})^m} \int_{l_*^*}^{l_f^*} \frac{dl^*}{M^m l^{*m/2}} ; \quad \Delta T > \Delta T_{th} \quad (22)$$

con los significados explicados más arriba. En el cálculo del intervalo efectivo de oscilación de temperaturas sólo deben incluirse aquellas oscilaciones de magnitud superior al umbral de propagación por fatiga  $\Delta T_{th}$ , cuyo valor viene dado por

$$\begin{aligned} \Delta T_{th} &= \frac{\Delta\sigma_{th}^*}{k} \\ \Delta\sigma_{th}^* &= \frac{\Delta K_{th}^*}{M\sqrt{l^*}} \\ \Delta K_{th}^* &= \frac{\Delta K_{th}}{\sigma_Y \sqrt{\pi t}} \end{aligned} \quad (23)$$

donde  $\Delta K_{th}$  es el umbral de propagación por fatiga para oscilación del FIT, característico del material. Es posible escribir, entonces

$$\Delta T_{th} = \frac{\Delta K_{th}^*}{kM\sqrt{l^*}} \quad (24)$$

### EXPERIMENTACION REALIZADA

Con objeto de determinar los parámetros característicos del material que intervienen en las distintas relaciones expresadas en el análisis teórico, se han llevado a cabo los correspondientes ensayos mecánicos. El material elegido es un acero ST 52/36, típicamente empleado para la construcción de este tipo de depósitos. Su composición química y sus propiedades mecánicas figuran en las Tablas I y II, respectivamente, y verifican las especificaciones exigidas a esta clase de acero.

C%	Mn%	Si%	P%	S%	Fe%
0.16	1.45	0.27	0.020	0.040	balance

Tabla I. Composición química.

E	$\sigma_Y$	$\sigma_U$	$\sigma_F$	$\varepsilon(\sigma_U)$	$\delta$	C	m	$\Delta K_{th}$
GPa	MPa	MPa	MPa	%	mm	[Ley Paris: $m/\text{ciclo}$ , MPa $m^{1/2}$ ]		MPa $m^{1/2}$
180	358	520	439	50	0.09	$2.36 \times 10^{-14}$	4.8	9.2

Tabla II. Propiedades mecánicas.

La determinación de la magnitud  $\delta$  que permite aplicar el criterio de fractura adoptado se ha efectuado a partir del parámetro de fractura  $J_{IC}$ , cuya obtención está normalizada<sup>11</sup>.  $J_{IC}$  es la energía unitaria que se necesita para iniciar la propagación por fractura de una fisura, esto es la energía por unidad de área de avance de la fisura. La relación entre las magnitudes  $\delta$  y  $J_{IC}$  es del tipo

$$J_{IC} = \lambda \sigma_F \delta \quad (25)$$

donde  $\sigma_F$  es la tensión de cedencia efectiva y  $\lambda$  un coeficiente adimensional que ha sido evaluado por distintos autores<sup>12</sup>, habiéndose encontrado un valor medio de 1.5.

Para determinar  $J_{IC}$  se realizan ensayos de flexión con tres puntos de apoyo sobre una probeta previamente fisurada por fatiga. A lo largo del ensayo se llevan a cabo descargas parciales y posteriores recargas que quedan registradas en la curva carga-desplazamiento del ensayo. El aumento de tamaño debido al crecimiento de la fisura por fractura se obtiene de la pendiente de la recta de descarga en los puntos de iniciación de cada descarga, y la energía unitaria  $J$  necesaria para proseguir el crecimiento de la fisura en cada uno de esos puntos, a partir del área encerrada bajo la curva carga-desplazamiento. Con ambos datos es posible realizar la representación gráfica de  $J$  frente a  $\Delta a$  (Figura 4) y obtener el valor de  $J$  correspondiente a la iniciación de la fractura,  $J_{IC}$ . Dicho valor se obtiene por intersección de la recta de ajuste de los puntos experimentales con la recta que representa la fase del proceso de carga durante la cual la fisura se deforma y aumenta de tamaño por efecto de esta deformación, pero no se propaga por fractura. El valor de  $J_{IC}$  obtenido es de  $59.3 \text{ kJ/m}^2$  y el correspondiente valor de  $\delta$ , de acuerdo con la ecuación (25) y los valores conocidos de  $\lambda$  y  $\sigma_F$ , es de 0.09 mm, como aparece en la Tabla II.

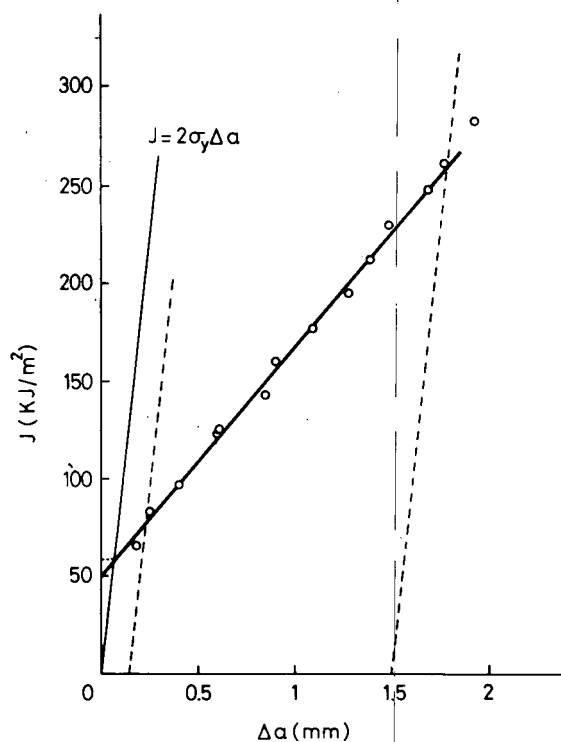


Figura 4. Determinación experimental de  $J_{IC}$ .

Los parámetros de fatiga del material que aparecen en la Ley de Paris se han determinado también según Norma<sup>13</sup>, sometiendo una probeta tipo compacta a una carga oscilante sinusoidal a 30 Hz de frecuencia. Se utilizan distintas amplitudes de carga y el tamaño de la fisura se mide en distintos momentos del ensayo por observación directa sobre las superficies externas de la probeta, empleando un microscopio provisto de retícula desplazable mediante micrómetro. Para efectuar las medidas sin detener el ensayo la probeta se ilumina con una fuente de luz estroboscópica sincronizada al generador de funciones de la máquina de ensayos. De este modo se puede conocer la evolución del tamaño de fisura con el número de ciclos y la oscilación del factor de intensidad de tensiones en cada ciclo, y a partir de ambos datos la curva representada en la Figura 5, que confirma experimentalmente la validez de la ley de Paris expresada por las ecuaciones (7). El valor de la oscilación umbral  $\Delta K_{th}$  que se obtiene de esta gráfica es  $9.2 \text{ MPa } m^{1/2}$ , y el de las constantes  $C$  y  $m$   $2.36 \times 10^{-14}$  y 4.8, respectivamente, cuando  $da/dN$  se expresa en  $m/\text{ciclo}$  y  $\Delta K$  en  $\text{MPa } m^{1/2}$ .

## CALCULO NUMERICO DE LA VIDA EN FATIGA

Para calcular la vida en fatiga del elemento estructural considerado se escribió e implementó en un micro-ordenador un programa de cálculo para obtener y dibujar los lugares de iniciación y fractura, así como las trayectorias de fisuración y el valor de la integral geométrica, utilizando un esquema de Runge-Kutta.

Las capacidades usuales de los depósitos esféricos para almacenamiento de gases licuados del petróleo no suelen superar los  $6.000 \text{ m}^3$  y los espesores de chapa que se emplean oscilan entre 22 y 30 mm, variando además en un mismo depósito. Teniendo en cuenta estos datos se ha considerado representativo un espesor de 24 mm y con este valor se ha realizado el análisis.

Para calcular los lugares de iniciación y fractura es necesario conocer, además de los datos geométricos y del material (Tabla II), las condiciones de sollicitación sobre la estructura, es decir, las presiones de prueba y de servicio. Dichos valores vienen dados por la reglamentación española de recipientes a presión<sup>14</sup>, que establece una presión de prueba tal que da lugar en el material a una tensión igual al 90% del límite elástico convencional al 0.2% ( $\sigma_Y$ ). De acuerdo con la misma reglamentación, la presión de servicio no superará la presión de prueba dividida por 1.3.

Los coeficientes  $\lambda_0$  y  $\lambda_f$  de iniciación y de fractura (ecuaciones 5 y 6) serán así:

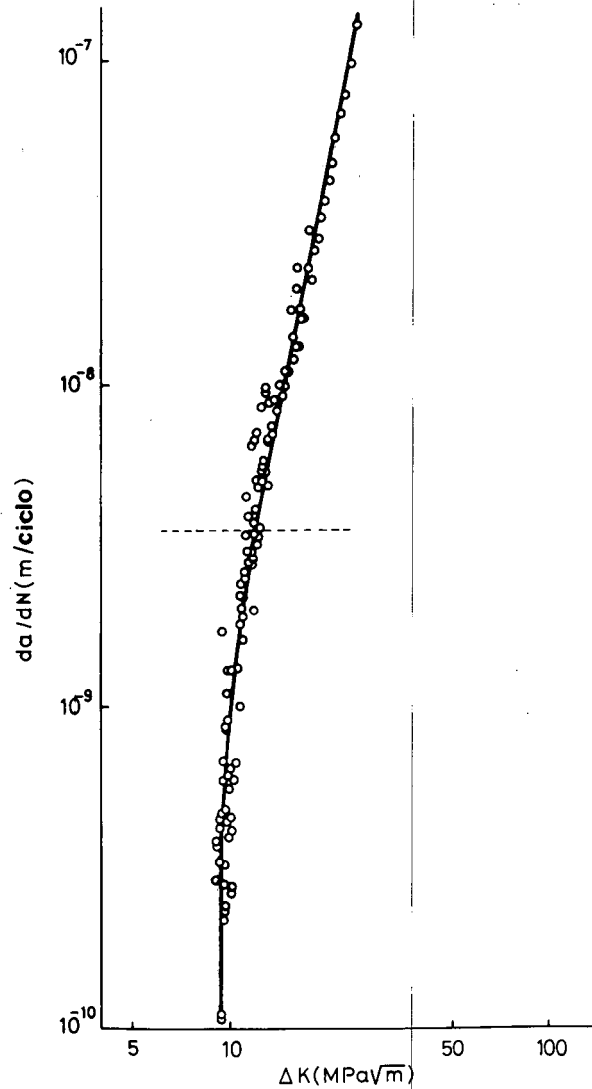


Figura 5. Determinación experimental de la Ley de Paris.

$$\lambda_0 = \sigma_0/\sigma_Y = 0.9$$

$$\lambda_f = \sigma_f/\sigma_Y = 0.9/1.3$$

con los cuales se pueden dibujar los lugares geométricos correspondientes a los estados de fisuración inicial (ecuaciones 6a, 6b) y de fractura (ecuaciones 5a, 5b) en un diagrama  $a^*/c^* - a^*$ . Estos lugares aparecen dibujados en trazo continuo en la Figura 6.

Las trayectorias de fisuración se calcularon numéricamente integrando la

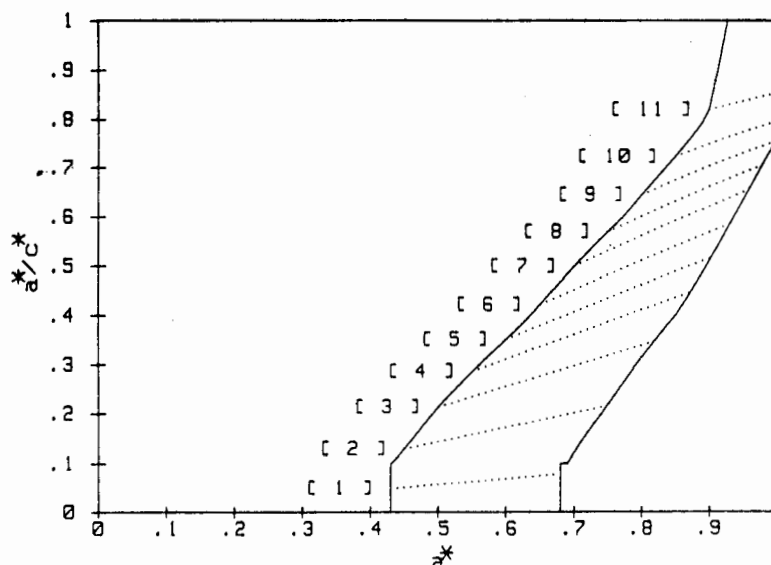


Figura 6. Evolución de la geometría de las fisuras.

ecuación diferencial (13). Se utilizó un método de Runge-Kutta para obtener las diversas trayectorias para cada uno de los estados de fisuración contenidos en el lugar geométrico de iniciación. Dichas trayectorias de fisuración se muestran en trazo punteado en la Figura 6. Se aprecia que las trayectorias 9, 10 y 11 conducen al fenómeno denominado "*fugas previas a rotura*", por lo que alcanzan el valor  $a^* = 1$  ( $a = t$ , fisuras pasantes) y continúan por el camino vertical hasta alcanzar el punto de rotura.

Por otra parte se calculó numéricamente el valor de la integral geométrica (12), que contiene en algunos casos un sumando para fisura no pasante y otro para fisura pasante. El primero se calculó numéricamente (esquema k-paso) hasta la perforación de la pared, mientras que el segundo tiene solución analítica. Los valores de la integral geométrica (12) para cada camino aparecen en la Tabla III.

La otra parte del cálculo es la obtención de la integral de sollicitación (14), que representa el efecto de la historia de cargas - ciclos de amplitud variable - sobre la estructura. Siguiendo el desarrollo presentado en el Apartado 2 de este trabajo (Ecuación 22), el cálculo se reduce a la obtención de coeficientes  $\beta$  y  $k$ , y al valor efectivo del intervalo de oscilación de temperaturas  $\Delta T_{eff}$  (21), incluyendo sólo las oscilaciones superiores al umbral de propagación por fatiga  $\Delta T_{th}$  (24).

Los valores de los parámetros  $\beta$  y  $k$  resultan ser

$$\beta = C \pi^{m/2} t^{m/2-1} \sigma_Y^m = 3.606 \times 10^{-3}$$

$$k = \lambda_f B/T^2 = 0.023(^{\circ}C)^{-1}$$

Camino	Integral (12)	$I^*$	M	$\Delta T_{th}$ (°C)	Vida (Años)	Fugas antes de rotura
1	0.4855	0.440 0.680	1.15 1.27	5.3 3.9	211	NO
2	0.5317	0.460 0.750	1.14 1.25	5.3 3.8	232	NO
3	0.5307	0.510 0.820	1.10 1.21	5.2 3.7	231	NO
4	0.5181	0.560 0.880	1.07 1.19	5.1 3.6	226	NO
5	0.4699	0.610 0.910	1.04 1.17	5.0 3.6	205	NO
6	0.4203	0.660 0.930	1.01 1.14	5.0 3.7	183	NO
7	0.3861	0.710 0.960	0.99 1.14	4.9 3.6	168	NO
8	0.3290	0.760 0.980	0.96 1.14	4.9 3.6	143	NO
9	0.2673	0.810 1.320	0.94 1	4.8 3.5	116	SI
10	0.2342	0.860 1.320	0.92 1	4.8 3.5	102	SI
11	0.2164	0.910 1.320	0.90 1	4.7 3.5	94	SI

Tabla III. Cálculo de la integral geométrica.

con  $\lambda_f = 0.9/1.3$ ,  $T = 10^\circ C = 283^\circ K$  y  $B = 2650^\circ K$ , valor normal para los distintos gases licuados de petróleo.

La distribución anual de las oscilaciones diarias de temperatura varía de un lugar a otro. A partir de los datos correspondientes al observatorio del Retiro en Madrid<sup>15</sup> se ha determinado la siguiente distribución:

$\Delta T(^{\circ}C)$	< 4	4 - 8	8 - 12	13 - 16	> 16
%días/año	7.2	26.5	41.6	24.2	0.5

En el cálculo de  $\Delta T_{eff}$  (21) sólo intervienen las oscilaciones superiores al valor umbral (24), que depende de la trayectoria de fisuración. Para cada trayectoria se han calculado (Tabla III) los valores inicial y final de la dimensión característica de la fisura  $l^*$  y el FIT adimensional  $M$ , y en función de ellos los valores inicial y final del umbral  $\Delta T_{th}$ . De la observación de estos valores se deduce que únicamente es necesario considerar en el cálculo las variaciones de temperatura superiores a  $4^\circ C$ .

Con estas consideraciones y la ecuación (22) se calcula el número de ciclos hasta rotura, y dividiendo por el número de días útiles —pues los ciclos térmicos son diarios— se obtiene la vida en años, que aparece en la Tabla III junto con la posibilidad de fugas antes de rotura.

## CONCLUSIONES

1. Se ha desarrollado un programa de ordenador que permite calcular numéricamente la vida en fatiga de un recipiente esférico a presión sometido a cargas cíclicas producidas por las oscilaciones térmicas del ambiente.
2. El método presentado ofrece un procedimiento general para automatizar totalmente el cálculo de la vida en servicio de cualquier estructura laminar bajo cualquier tipo de sollicitación de fatiga.
3. Los resultados obtenidos concuerdan con la experiencia en cuanto a seguridad que frente a problemas de fatiga ofrecen estos depósitos, pues la vida estimada es siempre superior a 90 años.
4. Las trayectorias de fisuración correspondientes a las vidas en servicio más cortas son aquellas que conducen a fugas previas a rotura, fenómeno detectable antes del colapso final de la estructura.
5. La periodicidad de la prueba de carga es un factor de considerable importancia para garantizar la seguridad de una estructura sometida a fatiga, pues permite acotar el tamaño del defecto inicial.
6. El material desempeña un papel importante en la seguridad de la estructura a través de la resistencia a fractura y a fatiga. Manteniendo el mismo coeficiente de seguridad respecto al límite elástico, son las magnitudes características  $\delta$ ,  $C$ ,  $m$ ,  $\Delta K_{th}$  las que deben ser consideradas para valorar un material.

## LISTA DE SIMBOLOS

- $a$  = profundidad de la fisura  
 $a^*$  =  $a/t$   
 $C$  = constante de la Ley de Paris



- $c$  = longitud de la fisura  
 $c^*$  =  $c/t$   
 $da/dN$  = velocidad de crecimiento de la fisura por ciclo  
 $E$  = módulo de Young  
 $K$  = factor de intensidad de tensiones (FIT)  
 $l$  = longitud principal de crecimiento de la fisura  
 $l^*$  =  $l/t$   
 $M$  = factor de intensidad de tensiones adimensionalizado  
 $m$  = exponente de la Ley de Paris  
 $N$  = número de ciclos de carga  
 $p$  = presión en el interior del depósito  
 $R$  = radio del depósito  
 $T$  = temperatura absoluta  
 $t$  = espesor  
 $\beta$  =  $C\pi^{m/2} t^{m/2-1} \sigma_Y^m$   
 $\Delta K$  = intervalo de oscilación del FIT  
 $\Delta K_{th}$  = umbral de propagación por fatiga (oscilaciones del FIT)  
 $\Delta K_{th}^*$  =  $\Delta K_{th}/\sigma_Y \sqrt{\pi t}$   
 $\Delta T$  = intervalo de oscilación de temperaturas  
 $\Delta T_{eff}$  = intervalo efectivo de oscilación de temperaturas  
 $\Delta T_{th}$  = umbral de propagación por fatiga (oscilaciones de temperatura)  
 $\delta$  = CTOD  
 $\delta^*$  =  $\delta \pi E / 8 \sigma_F t$   
 $\sigma$  = tensión en la pared del depósito  
 $\sigma^*$  =  $\sigma/\sigma_Y$   
 $\sigma_F$  = tensión de cedencia [=  $(\sigma_Y + \sigma_U)/2$ ]  
 $\sigma_U$  = resistencia a tracción  
 $\sigma_Y$  = límite elástico al 0.2%  
 Unidades = MPa,  $m$  a menos que se indique lo contrario

## REFERENCIAS

1. J.G. Kaufman, R.J. Bucci y R.A. Kelsey, "Fracture Mechanics aspects of the structural integrity technology of spherical aluminium containment vessels for LNG tankers", *J. Engng. Mater. Tech.*, Vol. 102, pp. 303-314, (1980).
2. E. Czoboly, G. Frigyes, I. Havas, J. Lovas, G.Y. Somogyi y L. Toth, "Fracture Mechanics concepts to increase the reliability of a high-pressure gas cylinder", in *Advances in Fracture Research (ICF 7, Salama et al. Eds.)*, Vol. 5, pp. 3555-3562, (1989).
3. F.M. Burdekin y D.E.W. Stone, "The crack opening displacement approach to fracture mechanics in yielding materials", *J. Strain Analysis*, Vol. 1, pp. 145-153, (1966).
4. A. Valiente, "Criterios de fractura para alambres", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, (1980).

5. G.T. Hahn, M. Sarrate y A.R. Rosenfield, "Criteria for crack extension in cylindrical pressure vessels", *Int. J. Fracture*, Vol. 5, pp. 187-210, (1969).
6. W.A. Maxey, J.F. Kiefner, R.J. Eiber y A.R. Duffy, "Ductile fracture initiation, propagation, and arrest in cylindrical vessels", *ASTM STP*, Vol. 514, pp. 70-81, (1972).
7. J.F. Kiefner, W.A. Maxey, R.J. Eiber y A.R. Duffy, "Failure stress levels of flaws in pressurized cylinders", *ASTM STP*, Vol. 536, pp. 461-481, (1973).
8. D.P. Rooke y D.J. Cartwright, "*Compendium of stress intensity factors*", HMSO, London, (1976).
9. P.K. Nair, "Fatigue crack growth model for part-through flaws in plates and pipes", *J. Engng. Mat. Tech.*, Vol. 101, pp. 53-58, (1979).
10. R.J. Allen, G.S. Booth y T. Jutla, "A review of fatigue crack growth characterisation by linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM). Part II - advisory documents and applications within national standards", *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, Vol. 11, pp. 701-708, (1988).
11. ASTM E-813 Standard Test Method, "*JIC, a measure of fracture toughness*", (1981).
12. D. Broek, "*Elementary Engineering Fracture Mechanics*", Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, (1987).
13. ASTM E-647 Standard Test Method, "*Constant-load amplitude fatigue crack growth rates above  $10^{-8}$  m/cycle*", (1983).
14. Boletín Oficial del Estado, "*Reglamento de recipientes a presión*", Decreto 2443/1969, (1969).
15. A. Mestre, "*Oscilaciones anuales de temperatura en Madrid*", Comunicación privada, (1983).